

人工智能课程 ch07-09 逻辑作业报告

1. 命题逻辑合取范式转换

题目：求 $(P \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow S$ 的合取范式。

解答：

1. 消去蕴含符号：

$$\neg(P \wedge (\neg Q \vee R)) \vee S$$

2. 应用德·摩根定律：

$$(\neg P \vee \neg(\neg Q \vee R)) \vee S$$

$$(\neg P \vee (Q \wedge \neg R)) \vee S$$

3. 应用分配律：

$$((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg R)) \vee S$$

4. 再次应用分配律（将 S 结合进去）：

$$(\neg P \vee Q \vee S) \wedge (\neg P \vee \neg R \vee S)$$

最终结果： $(\neg P \vee Q \vee S) \wedge (\neg P \vee \neg R \vee S)$

2. 复合语句分析

题目：考虑语句 $[(F \vee D) \Rightarrow P] \vee (M \Rightarrow P) \Rightarrow [(F \wedge M) \Rightarrow P]$ (简写变量名)。

(a) 通过枚举模型判断有效性：设 F, D, M, P 为布尔变量。考虑一种情况：使结论 $(F \wedge M) \Rightarrow P$ 为假。只有当 $F = T, M = T, P = F$ 时，结论为假。代入左边： $[(T \vee D) \Rightarrow F] \vee (T \Rightarrow F) \equiv [F \vee F] \equiv F$ 。由于“假 \Rightarrow 假”为真，该语句在所有使结论为假的解释下依然为真。经穷举，该语句在所有解释下均为真。结论：该语句是有效的 (Valid)。

(b) 转换为合取范式 (CNF)：左边 (L)： $((F \vee D) \Rightarrow P) \vee (M \Rightarrow P)$

$$\equiv (\neg(F \vee D) \vee P) \vee (\neg M \vee P)$$

$$\equiv (\neg F \wedge \neg D) \vee P \vee \neg M \vee P$$

$$\equiv (\neg F \vee \neg M \vee P) \wedge (\neg D \vee \neg M \vee P)$$

右边 (R)： $(F \wedge M) \Rightarrow P \equiv \neg F \vee \neg M \vee P$

全式 $L \Rightarrow R \equiv \neg L \vee R$ ：由于 R 已经是 L 的一个合取项，根据 $(A \wedge B) \Rightarrow A$ 永远为真，转换结果支持了有效性结论。

3. 一阶逻辑翻译 (基础谓词)

题目要求：使用给定谓词表示语句。

1. 有一门课所有老师都教授：

$$\exists c(\text{Course}(c) \wedge \forall t(\text{Teacher}(t) \Rightarrow \text{Teach}(t, c)))$$

2. 恰有一门课由 “Alice” 教授且被 “Bob” 选修：

$$\exists c(\text{Course}(c) \wedge \text{Teach}(\text{Alice}, c) \wedge \text{Study}(\text{Bob}, c) \wedge \forall c'((\text{Teach}(\text{Alice}, c') \wedge \text{Study}(\text{Bob}, c')) \Rightarrow c = c'))$$

3. 所有老师教授的课程都至少有一个学生选修：

$$\forall t \forall c((\text{Teacher}(t) \wedge \text{Teach}(t, c)) \Rightarrow \exists s(\text{Student}(s) \wedge \text{Study}(s, c)))$$

4. 有一个学生选修了 “Alice” 教授的所有课程：

$$\exists s(\text{Student}(s) \wedge \forall c(\text{Teach}(\text{Alice}, c) \Rightarrow \text{Study}(s, c)))$$

4. 一阶逻辑翻译 (自定义谓词)

自定义谓词: $\text{Fail}(s, c)$ 表示 s 考试缺考; $\text{Pass}(s, c)$ 表示 s 通过课程 c ; $\text{Borrow}(s, b)$ 表示学生 s 借阅书 b 。

1. 有老师只教授了一门课程:

$$\exists t(\text{Teacher}(t) \wedge \exists c(\text{Teach}(t, c) \wedge \forall c'(\text{Teach}(t, c') \Rightarrow c' = c)))$$

2. 如果一名学生缺考, 他就无法通过该课程:

$$\forall s \forall c((\text{Student}(s) \wedge \text{Course}(c) \wedge \text{Fail}(s, c)) \Rightarrow \neg \text{Pass}(s, c))$$

3. 没有一本书被两名学生同时借出:

$$\neg \exists b \exists s_1 \exists s_2(\text{Book}(b) \wedge \text{Student}(s_1) \wedge \text{Student}(s_2) \wedge s_1 \neq s_2 \wedge \text{Borrow}(s_1, b) \wedge \text{Borrow}(s_2, b))$$

5. 推理有效性论证 (归结证明法)

前提: 所有的智能手机都是电子设备。 $\forall x(\text{Smartphone}(x) \Rightarrow \text{ElectronicDevice}(x))$ **结论:** 任何智能手机的制造商都是电子设备制造商。 $\forall x \forall y((\text{Smartphone}(x) \wedge \text{ManufacturedBy}(x, y)) \Rightarrow \exists z(\text{ElectronicDevice}(z) \wedge \text{ManufacturedBy}(z, y)))$

归结证明步骤:

1. **前提子句化:** $C_1 : \neg \text{Smartphone}(x) \vee \text{ElectronicDevice}(x)$

2. **结论否定并子句化:** $\neg[\forall x \forall y((\text{Smartphone}(x) \wedge \text{ManufacturedBy}(x, y)) \Rightarrow \exists z(\text{ElectronicDevice}(z) \wedge \text{ManufacturedBy}(z, y)))]$ 引入常量 S, M (Skolemization): $C_2 : \text{Smartphone}(S)$ $C_3 : \text{ManufacturedBy}(S, M)$ $C_4 : \neg \text{ElectronicDevice}(z) \vee \neg \text{ManufacturedBy}(z, M)$

3. **推导矛盾:**

- 由 C_1 和 C_2 (置换 $\{\frac{x}{S}\}$): $\text{ElectronicDevice}(S)(C_5)$
- 由 C_4 和 C_3 (无法直接归结, 但由于 S 满足 $\text{ManufacturedBy}(S, M)$): 将 C_4 中的 z 替换为 S : $\neg \text{ElectronicDevice}(S)(C_6)$
- C_5 与 C_6 归结产生空子句 \square 。

结论: 推理有效。